

Investitionsrechnung

c) Dynamische Investitionsrechnung

III. Interner Ertragssatz (IRR)

Zweck Ermittlung der Bevorzugung einer Investitionsvariante aufgrund ihrer Rendite.

Einleitung In der Investitionsrechnung kommt der Gegenüberstellung von Cashflow und Investitionssumme grosse Bedeutung zu. Der Cashflow soll dabei erst einmal die Investitionssumme amortisieren (Abschreibung), darüber hinaus aber auch einen möglichst hohen Gewinn einbringen.

Je höher dieser Gewinn ausfällt, desto mehr Prozente der Investitionssumme beträgt er. Gewinn in Prozenten der Investitionssumme ist gerade die Definition der Rendite. Die Methode des Internen Ertragssatzes ist die dynamische Variante des Renditevergleichs. Dem entspricht auch ihre englische Bezeichnung IRR für **Internal Rate of Return**.

**Kurzübersicht,
Schema**

Cashflowbarwertsumme **aufgrund des gesuchten Zinssatzes**
- Investitionssumme

= Kapitalwert in der Höhe von Null

Der Zinssatz wird gesucht, bei dem die Bedingung des Kapitalwertes in der Höhe von Null zutrifft, nicht etwa der Kapitalwert in der Höhe von Null.

Da der gesuchte Zinssatz per definitionem eben gerade nicht bekannt ist, wird die Cashflowbarwertsumme so lange mit stetig verändertem Zinssatz neu berechnet, bis der Kapitalwert Null beträgt:

Cashflowbarwertsumme **aufgrund eines angenommenen Zinssatzes**
- Investitionssumme

= Kapitalwert in der Höhe von Null ?

wenn nicht, dann weiter mit

Cashflowbarwertsumme **aufgrund eines veränderten Zinssatzes**
- Investitionssumme

= Kapitalwert in der Höhe von Null?

wenn nicht, dann wieder weiter mit

Cashflowbarwertsumme **aufgrund eines veränderten Zinssatzes**
- Investitionssumme

= Kapitalwert in der Höhe von Null?

usw., bis der Kapitalwert Null beträgt. Dann ist der verwendete Zinssatz der Interne Ertragssatz.

*Vorgehen
im Detail*

Den Internen Ertragssatz allein aufgrund einer mathematischen Formel zu berechnen, erweist sich in der Praxis als zu kompliziert. In der Fachwelt herrscht allgemeine Übereinstimmung darin, die Methode des Annäherungsverfahrens anzuwenden, um hier mit vertretbarem Aufwand zum Resultat zu kommen.

Der Lösungsweg wird mit dem Fremdwort "Iteration" bezeichnet, mit dem das Verfahren des schrittweisen Ändern einer Variablen zur Näherung an die exakte Lösung genannt wird. Dies kann mit der Arbeitsweise eines Computers mühelos bewerkstelligt werden. Iteration kommt vom lateinischen iteratio für Wiederholung.

Das folgende **Beispiel** weist Cashflows von 10'000, 20'000, 30'000 und 40'000 sowie die Investitionssumme von 80'000 auf.

<u>Berechnung</u>		<u>Abz.-Faktor</u>	<u>zu untersuchende Variante</u>	
		<u>für 5 %</u>	<u>Cashflow</u>	<u>Barwert</u>
Jahr	1	0.9524	10'000	9'524
Jahr	2	0.9070	20'000	18'140
Jahr	3	0.8638	30'000	25'914
Jahr	4	0.8227	40'000	32'908
= Summe der Cashflowbarwerte				86'486
- Investitionssumme				80'000
= Kapitalwert				6'486

Mit der von der Kapitalwertmethode her bekannten Methode des Vergleichens der Cashflowbarwertsumme mit der Investitionssumme wird derjenige Zinssatz festgestellt, bei dem die Cashflowbarwertsumme der Investitionssumme entspricht. Dieser Zinssatz zinst den Cashflow in demjenigen Umfang ab, in dem der ganze "restliche Gewinn" nach der Deckung der Investition so weit auf Null reduziert wird, so dass der Kapitalwert Null beträgt. Dieser Zinssatz drückt die **dynamisch ermittelte Rendite** aus.

Im **obigen Beispiel** wird versuchsweise der Abzinsungsfaktor für 5 % angewandt. Es stellt sich dabei heraus, dass immer noch ein "restlicher Gewinn" vorliegt, nämlich der (positive) Kapitalwert von 6'486.

Deshalb wird im folgenden Beispiel versuchsweise der Abzinsungsfaktor für 7 % angewandt, um sich der Lösung zu nähern, in der der Kapitalwert Null beträgt.

		<u>Abz.-Faktor</u>	<u>zu untersuchende Variante</u>	
		<u>für 7 %</u>	<u>Cashflow</u>	<u>Barwert</u>
Jahr	1	0.9346	10'000	9'346
Jahr	2	0.8734	20'000	17'468
Jahr	3	0.8163	30'000	24'489
Jahr	4	0.7629	40'000	30'516
= Summe der Cashflowbarwerte				81'819
- Investitionssumme				80'000
= Kapitalwert				1'819

In **diesem Beispiel** wurde gegenüber dem ersten Beispiel um 2 % mehr abgezinst. Bei diesen 7 % Verzinsung ergibt sich jedoch immer noch ein "restlicher Gewinn", weshalb die Annäherung mit einem weiteren Versuch fortgesetzt wird.

		<u>Abz.-Faktor</u>	<u>zu untersuchende Variante</u>	
		<u>für 7.8252 %</u>	<u>Cashflow</u>	<u>Barwert</u>
Jahr	1	0.9274...	10'000	9'274,3
Jahr	2	0.8601...	20'000	17'202,4
Jahr	3	0.7977...	30'000	23'931,0
Jahr	4	0.7398...	40'000	29'592,3
= Summe der Cashflowbarwerte				80'000
- Investitionssumme				80'000
= Kapitalwert				0

Um es kurz zu machen: **Die Zielwertsuche mit einem Tabellenkalkulationsprogramm im Computer** ergibt den Internen Ertragssatz von 7,8252 % (dann steht der Kapitalwert auf Null). Mit der Zielwertfunktion in Excel beispielsweise wird als "Zielwert" der Kapitalwert Null eingesetzt, der veränderbare Wert ist der Abzinsungsfaktor.

Die Datei irr.xls, mit der diese **Lösung** erreicht werden kann, steht im Lösungsteil zum Download zur Verfügung. Sie arbeitet mit einem Makro. Für Anwender, die ohne Makro arbeiten wollen, steht die Datei irrI.xls zur Verfügung.

Wissenschaftliche Rechner weisen oft auch eine Funktion für die Berechnung der IRR auf.

Die Zusatzereignisse wie **Umlaufvermögenserhöhung, Grosse Unterhaltskosten und Liquidationserlös** müssten in der Methode des Internen Ertragssatzes in den Cashflow einbezogen werden, wie dies im Kapitel der Kapitalwertmethode als "elegante" Variante vorgestellt worden ist. Die Umlaufvermögenserhöhung muss zudem auch in der Investitionssumme enthalten sein, dies in Abweichung zu den Empfehlungen bei den anderen Methoden.

Hinweise

- Der **Kapitalwert in der Höhe von Null** ist nicht das Ziel der Methode des Internen Ertragssatzes, sondern die Bedingung. Sobald diese Bedingung erfüllt ist, entspricht der dabei angewandte Abzinsungsfaktor dem Internen Ertragssatz.
- Mit der oben vorgestellten Methode können **ungleichmässige wie auch gleichmässige Cashflows** korrekt verarbeitet werden. Auf die Darstellung des Lösungsweges mit dem Rentenbarwertfaktor im Fall von gleichmässigen Cashflows wird deshalb verzichtet. Solche "Vereinfachungen" sind bei der ohnehin allein praxistauglichen Lösung mit dem Computer gar nicht mehr notwendig.
- In der Literatur wird zuweilen zwischen **Bruttorendite** und **Nettorendite** unterschieden. Dabei entspricht die Bruttorendite dem Internen Ertragssatz, wie er im obigen Beispiel vorgestellt worden ist. Die Nettorendite ergibt sich aus der Subtraktion Bruttorendite minus einem auf jeden Fall geforderten Mindestzins. In diesem Lehrmittel hier wird dieser Unterschied nicht weiter verfolgt.
- Die Methode des Internen Ertragssatzes kann **bereits für die Beurteilung eines einzelnen Investitionsprojektes** sinnvoll angewendet werden. Sie gibt dann Aufschluss darüber, wie hoch die Verzinsung ist.
- Selbstverständlich können aber auch **mehrere Varianten parallel nebeneinander berechnet** werden. In solchen Fällen erhält die Variante mit dem höchsten positiven Internen Ertragssatz den ersten Rang. Weil die Berechnung mehrerer Varianten keine weiteren Probleme stellt, wird im Rahmen dieses Lehrmittels auf diese Erweiterung verzichtet.

Kurz-zusammenfassung

Formel	Schema	Berechnung
	Summe der Cashflowbarwerte	jährliche Cashflows in gesuchter Höhe abzinsen * und addieren UVErhöhung, Grosse Unterhaltskosten und Liquidationserlös mit den Cashflows verrechnen
	- Investitionssumme	einschliesslich Umlaufvermögenserhöhung
	<u>= Kapitalwert in d. Höhe von Null</u>	
Erster Rang	grösster Interner Ertragssatz (solange positiv)	
Eignung	dynamische Variante des Renditevergleichs	

* diese gesuchte Höhe stellt dann auch gerade den Internen Ertragssatz dar.

Sie wird im Annäherungsverfahren (am besten mit Computerunterstützung) ermittelt.

Betrachtung

Es gibt auch **andere Wege**, den Internen Ertragssatz zu ermitteln. Einer davon ist die Methode mit dem Rentenbarwert aus dem durchschnittlichen Cashflow. Weil diese Methode in zahlreichen Veröffentlichungen immer noch angeboten wird, soll hier kurz darauf eingegangen werden:

Bei dieser Methode wird eine **Formel** benötigt, die aus der Formel "Anfangskapital = Rente mal Rentenbarwertfaktor" abgeleitet wird, die schon im Kapitel der Annuitätenmethode erwähnt worden ist:

$$RbF \cdot R = \text{Anfangskapital} \quad (\text{Rentenbarwertfaktor mal eine Rente} = \text{Anfangskapital})$$

Gesucht wird nun der Rentenbarwertfaktor. Dazu wird die Formel algebraisch umgestellt:

$$RbF = \frac{\text{Anfangskapital}}{R} \quad (\text{Rentenbarwertfaktor} = \text{Anfangskapital durch eine Rente})$$

Das Anfangskapital stellt hier die Investitionssumme dar, anstelle der Rente tritt hier der durchschnittliche Cashflow:

$$RbF = \frac{\text{Investitionssumme}}{\text{durchschnittlicher Cashflow}}$$

Bei **gleichmässigen Cashflows** wird wie folgt vorgegangen:

Zuerst wird der Rentenbarwertfaktor ermittelt (gemäss obiger Formel),

dann wird dieser ermittelte Rentenbarwertfaktor in der Rentenbarwertfaktoren-Tabelle auf der entsprechenden Jahreszeile gesucht. Oben im Spaltentitel kann dann der Prozentwert abgelesen werden, der nun den Internen Ertragssatz darstellt.

Beispiel: Investitionssumme 80'000 und Cashflows je 25'000 während 4 Jahren.

$$RbF = \frac{80'000}{25'000} = 3,2$$

in der unten auszugsweise wiedergegebenen Rentenbarwertfaktoren-Tabelle wird ersichtlich, dass der soeben ermittelte Rentenbarwertfaktor von 3,2 bei einer Nutzungsdauer von 4 Jahren etwas mehr als 9 %, jedoch etwas weniger als 10 % Interner Ertragssatz ergibt:

Zinssatz	8 %	9 %	10 %	15 %
Jahre				
1	0.9259	0.9174	0.9091	0.8696
2	1.7833	1.7591	1.7355	1.6257
3	2.5771	2.5313	2.4869	2.2832
4	3.3121	3.2397	3.1699	2.8550
5	3.9927	3.8897	3.7908	3.3522

(Hier muss beachtet werden, dass für einen kleineren Zinssatz ein grösserer Rentenbarwertfaktor steht.)

Wie dieses Beispiel zeigt, wird es wohl kaum einmal eine genügend abgestufte Rentenbarwertfaktorentabelle geben, die im Spaltentitel den exakten Internen Ertragssatz anzugeben vermag, wie dies in der Theorie in Aussicht gestellt wird.

Um zu einem genaueren Ergebnis zu kommen, muss nun noch nachgearbeitet werden. Hier bietet sich die rechnerische Interpolation an: Interpolation ist lateinisch und bezeichnet die Methode, mit der von zwei bekannten Werten auf einen Zwischenwert geschlossen wird.

Der ermittelte Rentenbarwertfaktor von 3,2 ist um 0,0397 vom ersten höheren vorhandenen Tabellen-Rentenbarwertfaktor von 3,2397 entfernt (3,2397 minus 3,2; also "von links nach rechts" vorgehen).

Der Unterschied zwischen den beiden benachbarten Tabellen-Rentenbarwertfaktoren ist 0,0698 (3,2397 minus 3,1699).

Der Unterschied zwischen den beiden entsprechenden Tabellen-Sätzen ist 1 (10 % minus 9 %).

Diese Zahlen werden gemäss folgender Formel* verarbeitet:

$$\frac{\text{Diff. vom ermittelten RbF zum höheren Tabellen-RbF mal Diff. der Tabellen-Sätze}}{\text{Differenz der Tabellen-RbF}}$$

also

$$\frac{0,0397 \cdot 1}{0,0698} = 0,5688$$

das Resultat von 0,5688 wird nun noch zum niedrigeren, ungenauen Satz von 9 addiert.

Das Ergebnis lautet somit: **Interner Ertragssatz = 9,5688**.

Dieses Resultat ist brauchbar, denn der mit dem Iterationsverfahren ermittelte Wert beträgt 9,5645 - die dritte und vierte Dezimale ist jedoch mehr oder weniger vernachlässigbar. Nur: Der Aufwand, der bei diesem Vorgehen betrieben werden muss, ist im Vergleich mit der computergestützten Ermittlung enorm und auf keinen Fall geringer.

* Mit der Formel für die Interpolation wird berechnet, wie weit der ermittelte Rentenbarwertfaktor von einem aus der Tabelle ersichtlichen Rentenbarwertfaktor entfernt ist. Dabei wird der Abstand zur nächsten dazugehörenden Prozentangabe mitberücksichtigt. In der obigen Formel geschieht dies mit dem Faktor 1, weil in der Tabelle zwischen 9 % und 10 % der Abstand von 1 besteht. Wenn der ermittelte Rentenbarwertfaktor in einer Höhe entstanden wäre, bei der in der Tabelle vom Rentenbarwertfaktor für 10 % ausgegangen werden muss, würde hier der Faktor 5 eingesetzt, weil in dieser Tabelle dann der Unterschied von 5 besteht.

Bei **ungleichmässigen Cashflows**, die jedoch nicht stetig zunehmen oder stetig abnehmen, und die in ihrer Höhe einigermaßen ausgeglichen über die Nutzungsdauer verteilt sind, kann die Methode mit dem Rentenbarwert noch beibehalten werden:

Zuerst wird der durchschnittliche Cashflow ausgerechnet (Cashflowsumme durch Anzahl Jahre)

dann wird wieder der Rentenbarwertfaktor ermittelt (wie oben),

dann wird auch wieder dieser ermittelte Rentenbarwertfaktor in der Rentenbarwertfaktoren-Tabelle auf der entsprechenden Jahreszeile gesucht. Oben im Spaltentitel kann dann der Prozentwert abgelesen werden, der nun den Internen Ertragssatz darstellt.

Beispiel: Investitionssumme 80'000; Cashflow im ersten Jahr 20'000; im zweiten Jahr 40'000; im dritten Jahr 10'000; im vierten Jahr 30'000; Nutzungsdauer 4 Jahre.

20'000 plus 40'000 plus 10'000 plus 30'000 = 100'000 durch 4 = 25'000 durchschnittlicher Cashflow

Da der durchschnittliche Cashflow und die Investitionssumme gleich hoch sind wie im Beispiel mit den gleichmässigen Cashflows, wird bei selbem Vorgehen auch das selbe Resultat erreicht werden, nämlich 9,5688 %.

Aufgrund der günstigen Verteilung der unterschiedlichen Cashflows ist dies auch nochmals gut gegangen. Das Iterationsverfahren ergibt hier den Internen Ertragssatz von 9,5625.

Formel bei stetig steigenden oder stetig abnehmenden Cashflows:

Wenn die die Höhe der Cashflows stetig zunimmt oder stetig abnimmt oder wenn sie nicht einigermaßen ausgeglichen über die Nutzungsdauer verteilt ist, kann die Methode mit dem Rentenbarwert aus dem durchschnittlichen Cashflow nicht mehr angewandt werden.

Bei stetig *zunehmenden* Cashflows liegt der Interne Ertragssatz *unter* demjenigen des durchschnittlichen Cashflows. Bei stetig *abnehmenden* Cashflows liegt der Interne Ertragssatz *über* demjenigen des durchschnittlichen Cashflows.

In solchen Fällen wird wieder mit der Kapitalwertmethode versucht, einen möglichst kleinen Kapitalwert zu erreichen. Damit ist jedoch nicht gemeint, das Iterationsverfahren in seinem ganzen Umfang (und seiner ganzen Genauigkeit...) anzuwenden. Es wird bei diesem Verfahren lediglich versucht, sich diesem möglichst kleinen Kapitalwert mit ein paar wenigen Berechnungen von unten und von oben anzunähern. Die dabei entstehende Differenz kann in einer Grafik dargestellt werden, aus der dann auch der entsprechende Interne Ertragssatz abgelesen werden kann (grafische Interpolation).

Beispiel mit Cashflows von 10'000, 20'000, 30'000 und 40'000 sowie der Investitionssumme von 80'000 (die selben Zahlen wie im ersten Beispiel in diesem Kapitel beim Iterationsverfahren).

<u>Berechnung</u>		<u>Abz.-Faktor</u>	<u>zu untersuchende Variante</u>	
		<u>für 6 %</u>	<u>Cashflow</u>	<u>Barwert</u>
Jahr	1	0.9434	10'000	9'434
Jahr	2	0.8900	20'000	17'800
Jahr	3	0.8396	30'000	25'188
Jahr	4	0.7921	40'000	31'684
= Summe der Cashflowbarwerte				84'106
- Investitionssumme				80'000
= Kapitalwert				4'106

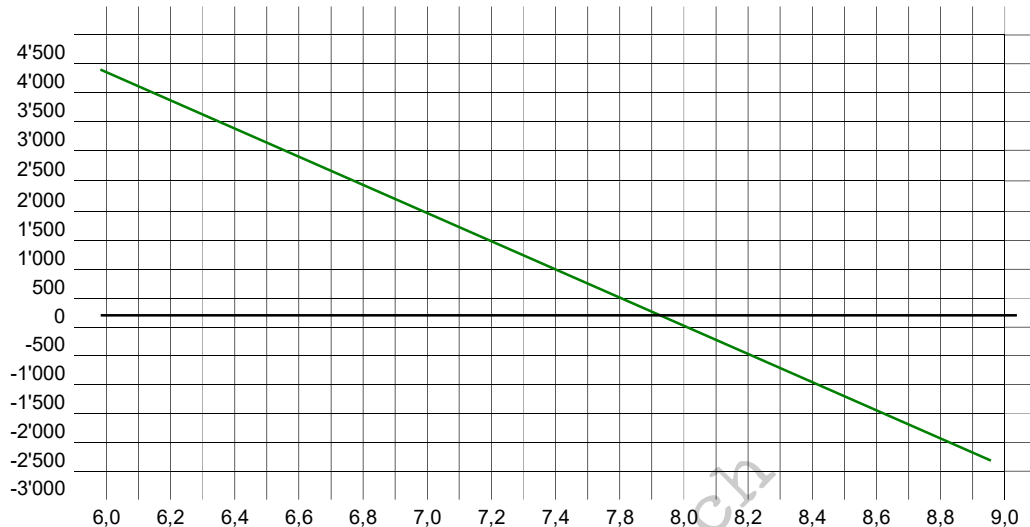
Der durchschnittliche Cashflow beträgt hier 25'000, der einen Internen Ertragssatz in der Nähe von 9 % ergeben würde, wenn er gleichmässig anfiel. Weil hier aber die Höhe der Cashflows stetig ansteigt, liegt der Interne Ertragssatz tiefer. Es wird deshalb versuchsweise mit dem **kalkulatorischen Zinssatz von 6 %** gerechnet. Der Kapitalwert liegt hier nicht einmal in der Nähe von Null - dies ist jedoch nicht tragisch. Die 4'106 werden einen Eckwert bei der Interpolation bilden, mit der dann der Interne Ertragssatz bestimmt wird.

In dieser ersten Berechnung wurde versucht, sich dem Kapitalwert Null von oben her zu nähern. Es folgt nun der Versuch, sich dem Kapitalwert Null von unten zu nähern. Deshalb wird versuchsweise der **kalkulatorische Zinssatz von 9 %** eingesetzt.

<u>Berechnung</u>		<u>Abz.-Faktor</u>	<u>zu untersuchende Variante</u>	
		<u>für 9 %</u>	<u>Cashflow</u>	<u>Barwert</u>
Jahr	1	0.9174	10'000	9'174
Jahr	2	0.8417	20'000	16'834
Jahr	3	0.7722	30'000	23'166
Jahr	4	0.7084	40'000	28'336
= Summe der Cashflowbarwerte				77'510
- Investitionssumme				80'000
= Kapitalwert				-2'490

Die Annäherung an den Kapitalwert Null ist hier in der Tat von unten her ausgefallen. Die - 2'490 bilden nun den zweiten Eckwert bei der Interpolation:

Die oben ermittelten Werte werden in eine Grafik übertragen. Senkrecht steht der Kapitalwert, waagrecht der Prozentsatz, also bereits der Interne Ertragssatz. Der Umfang der beiden Bereiche wird den vorliegenden Werten angepasst. So wurde hier die Eintragung für Kapitalwerte von - 3'000 bis + 4'500 ermöglicht. Die Prozentsätze reichen von 6 % bis 9 %. Ebenso wird eine jeweils sinnvolle Abstufung gewählt. Je feiner die Abstufung ist, desto genauer wird das Resultat. Die Abstufung in diesem Beispiel könnte beim Kapitalwert schon noch verfeinert werden.



Der positive Kapitalwert von rund 4'100 ist hier über dem Prozentsatz von 6 % eingetragen worden; der negative Kapitalwert von rund - 2'500 ist hier über dem Prozentsatz von 9 % eingetragen worden. Dort, wo der Kapitalwert Null beträgt, kann senkrecht darunter **der Interne Ertragssatz** abgelesen werden.

In diesem Beispiel liegt der Interne Ertragssatz bei 7,85 %. Dieses Ergebnis ist nicht einmal so schlecht, denn der genaue Interne Ertragssatz beträgt 7,8252 %, wie dies im ersten Beispiel dieses Kapitels mit dem genauen Iterationsverfahren festgestellt worden ist. Nur: Auch hier ist der Aufwand rechnerisch und grafisch wieder enorm.

Die in dieser Betrachtung vorgestellten Vorgehen mögen im Unterricht, der ohne Computer auskommen soll, ihre gewisse Berechtigung haben. Methodisch bringen sie jedoch keine Vorteile, sie sind weniger dazu geeignet, das Begreifen des Internen Ertragssatzes zu fördern. Auch verschieben sie den "Makel", sich computergestützt erzeugten Materials zu bedienen, von der sinnvollen Zielwertsuche mit Excel auf den Beizug von Listen mit Rentenbarwertfaktoren, die im erforderlichen Umfang praktisch auch wieder nur mit Computerunterstützung erzeugt werden können.

Ferner ist nicht einzusehen, warum im erklärten Zeitalter der Informationstechnologie auf einmal mit Schätzungen und mit grafischen Hilfsmitteln gearbeitet werden soll. Also ob es auch gebräuchlich wäre, im Keller bei der Waschmaschine zu sitzen und die Trommelrotation manuell ein- und auszuschalten, die Bottichheizung persönlich zu regeln, usw. ...

Der Genauigkeit kommen diese Methoden auf keinen Fall entgegen. Auch ist ihr Aufwand, der bei den in der Praxis immer wieder notwendigen Variantenberechnungen zu bewältigen wäre, in keiner Weise gerechtfertigt.