

Abzinsung der Rente

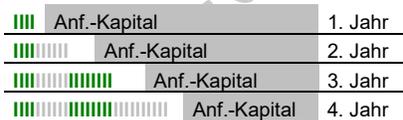
Methodischer Hinweis Die Beherrschung des Stoffes dieses Kapitels ist nicht unbedingt notwendig, denn die Abzinsung der Rente kann auch mit der Methode des vorangegangenen Kapitels berechnet werden. Die in diesem Kapitel hier vorgestellte Methode ist jedoch sinnvoll, denn sie führt schneller zum gewünschten Ergebnis.

Zweck Ermittlung der Summe ohne jegliche Zinsen (Anfangskapital), die mit ihrer Verzinsung das selbe Endkapital ergibt wie periodisch anfallende Beträgen (Renten) und deren Verzinsung.

Einleitung Als Rente wird ein Betrag bezeichnet, der periodisch (hier immer jährlich) in jeweils gleicher Höhe anfällt (also nicht ein einziger, einmaliger Betrag wie im vorangegangenen Kapitel).

Eine bestimmte Anzahl Renten ergibt mit ihrer Verzinsung ein entsprechendes Endkapital. Mit der Abzinsung der Rente wird nun aber berechnet, wie gross das Anfangskapital sein müsste, das mit seiner Verzinsung zum selben Endkapital führen würde, wie die Variante mit den Renten. Dieses Anfangskapital stellt also wieder den einzigen, einmaligen (dafür auch entsprechend grösseren) Betrag dar, der hier zur Verfügung steht, und nicht eine Anzahl Renten.

Kurzübersicht, Schema Eine Rente mal Abzinsungsfaktor für Renten = Anfangskapital
(die folgende Darstellung ist verzerrt; die Darstellung von Zins und Zinseszins für das jeweilige Jahr entspricht der Darstellung im vorangegangenen Kapitel; hier werden vier Jahre mit Zinsen dargestellt)



Das "**Anf.-Kapital**" (Anfangskapital) benötigt mit zunehmender Zeit, in der es verzinst wird, eine kleinere Höhe.

Vorgehen
im Detail

<u>Angaben</u>		
Rente in CHF	10000	
Zinssatz %	3	
Anzahl Renten (= Jahre)	4	

<u>Berechnung</u>		
Abzinsungsfaktor für Renten	3.7171	
Ausrechnung	10000 * 3.7171	
= Anfangskapital CHF	37171	

Die Abzinsung wird mit einem sogenannten **Abzinsungsfaktor für Renten** vorgenommen. Dieser ist nun grösser als 1, weil er sich aus so vielen einzelnen Abzinsungsfaktoren zusammensetzt, wie Renten anfallen. Mit dem Abzinsungsfaktor für Renten wird nur der Betrag einer einzigen Rente multipliziert.

Der Abzinsungsfaktor für Renten ist nichts anderes als die Summe der Abzinsungsfaktoren für einzelne Beträge, hier also die Summe von 0.9709 plus 0.9426 plus 0.9151 plus 0.8885 = 3.7171.

Die Abzinsungsfaktoren für Renten werden im Unterrichtsbetrieb immer auf eine brauchbare Länge gerundet (in diesem Lehrmittel auf 4 Dezimalstellen). Dadurch entstehen **Rundungsdifferenzen**, die im Rahmen der Investitionsrechnung weiter nicht tragisch sind und deshalb stillschweigend aufgehoben werden dürfen.

Der Abzinsungsfaktor für Renten ist das Ergebnis einer umfangreicheren Formel, die in einem eigenen Kapitel vorgestellt wird. Es ist im Unterricht üblich, **Tabellen** mit den notwendigen Abzinsungsfaktoren für Renten zu verwenden. Eine solche Tabelle liegt am Ende dieses Kapitels vor. Für den Fall, dass eine Tabellenkalkulation wie zum Beispiel Excel verwendet werden kann, steht in diesem Lehrmittel im Lösungsteil ein Anhang im xls-Format mit der entsprechenden Formel für die individuelle, jeweils "frische" Ausrechnung der Abzinsungsfaktoren zur Verfügung.

Gegenprobe mit Abzinsungsfaktoren für die einzelnen Jahre
(gehört nicht mehr zur Methode der Rentenabzinsung)

<u>Berechnung</u>			
Abzinsungsfaktor für 1. Jahr	0.9709		
Ausrechnung	10000 * 0.9709		
= Anfangskapital für 1. Jahr	9709	9709	
Abzinsungsfaktor für 2. Jahr	0.9426		
Ausrechnung	10000 * 0.9426		
= Anfangskapital für 2. Jahr	9426	9426	
Abzinsungsfaktor für 3. Jahr	0.9151		
Ausrechnung	10000 * 0.9151		
= Anfangskapital für 3. Jahr	9151	9151	
Abzinsungsfaktor für 4. Jahr	0.8885		
Ausrechnung	10000 * 0.8885		
= Anfangskapital für 4. Jahr	8885	8885	
Anfangskapital insgesamt		37171	

Die **Gegenprobe** mit den Abzinsungsfaktoren für die einzelnen Beträge beweist die Richtigkeit der Methode mit dem Abzinsungsfaktor für Renten.

- Häufige Fehler* - Multiplikation mit der Summe der Renten. Gerade weil der Abzinsungsfaktor für Renten grösser als 1 ist * (und mit jeder Rente noch grösser wird), sorgt der Abzinsungsfaktor für Renten dafür, dass mit der Multiplikation mit bloss einer Rente das gesamte Anfangskapital für alle Renten ermittelt wird.
- * Dies trifft für den Abzinsungsfaktor der ersten Rente zwar nicht zu - dieser kann im Gegenzug aber auch die Eigenschaft einer Rente abgesprochen werden, sie hat an sich "erst einmal" die Eigenschaft eines einmaligen Betrages.
- Hinweise* - In der Anwendung der Abzinsung in der dynamischen Investitionsrechnung werden zwei andere Begriffe verwendet:
Der "Abzinsungsfaktor für Renten" heisst dort "**Rentenbarwertfaktor**";
das "Anfangskapital" heisst dort "**Rentenbarwert**".
- Die oben vorgestellte Methode bezieht sich auf sogenannt "**nachschüssig**" erfolgte Renten, das heisst, die erste Rente erfolgt nach Ablauf des ersten Jahres, die zweite Rente erfolgt nach Ablauf des zweiten Jahres, usw. Dadurch kann bereits für die erste Rente Zins mit einbezogen werden, der Abzinsungsfaktor für die erste Rente ist somit kleiner als 1.
- Es gibt aber auch noch die Variante der sogenannt "**vorschüssig**" erfolgten Renten, das heisst, die erste Rente erfolgt gleich zu Beginn des jeweils betrachteten Zeitraumes, die zweite Rente erfolgt nach Ablauf des ersten Jahres, usw. Für die vorschüssig erfolgte erste Rente kann somit kein Zins mit einbezogen werden, was bedeutet, dass der ganze Rentenbetrag eingesetzt werden muss, also mit dem "Abzinsungsfaktor" in der Höhe von genau 1 multipliziert werden muss ("Abzinsungsfaktor" deshalb in Anführungszeichen, weil der Abzinsungsfaktor 1 eine Rente eben nur gleich hoch belässt und nicht etwa verkleinert). Die nachfolgende, zweite Rente wird demzufolge mit dem Abzinsungsfaktor für das erste Jahr multipliziert, die dritte Rente wird mit dem Abzinsungsfaktor für das zweite Jahr multipliziert, usw. In der Tabelle verschiebt sich der Abzinsungsfaktor gewissermassen um ein Jahr nach unten, währenddem zuoberst "künstlich" durchwegs der Faktor 1 eingesetzt wird.
- Kurz-zusammenfassung* - Das Anfangskapital (Rentenbarwert) wird mit der Multiplikation einer Rente mit dem Abzinsungsfaktor für Renten (Rentenbarwertfaktor) errechnet.

Abzinsungsfaktorentabelle für Renten (nachsüssig) (für Schulzwecke, ohne Gewähr)

Abzinsungsfaktoren für Renten (Rentenbarwertfaktoren) für nachschüssige Renten (für Schulzwecke, ohne Gewähr)

Zinssatz	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	15 %
Jahre											
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9346	0.9259	0.9174	0.9091	0.8696
2	1.9704	1.9416	1.9135	1.8861	1.8594	1.8334	1.8080	1.7833	1.7591	1.7355	1.6257
3	2.9410	2.8839	2.8286	2.7751	2.7232	2.6730	2.6243	2.5771	2.5313	2.4869	2.2832
4	3.9020	3.8077	3.7171	3.6299	3.5460	3.4651	3.3872	3.3121	3.2397	3.1699	2.8550
5	4.8534	4.7135	4.5797	4.4518	4.3295	4.2124	4.1002	3.9927	3.8897	3.7908	3.3522
6	5.7955	5.6014	5.4172	5.2421	5.0757	4.9173	4.7665	4.6229	4.4859	4.3553	3.7845
7	6.7282	6.4720	6.2303	6.0021	5.7864	5.5824	5.3893	5.2064	5.0330	4.8684	4.1604
8	7.6517	7.3255	7.0197	6.7327	6.4632	6.2098	5.9713	5.7466	5.5348	5.3349	4.4873
9	8.5660	8.1622	7.7861	7.4353	7.1078	6.8017	6.5152	6.2469	5.9952	5.7590	4.7716
10	9.4713	8.9826	8.5302	8.1109	7.7217	7.3601	7.0236	6.7101	6.4177	6.1446	5.0188
11	10.3676	9.7868	9.2526	8.7605	8.3064	7.8869	7.4987	7.1390	6.8052	6.4951	5.2337
12	11.2551	10.5753	9.9540	9.3851	8.8633	8.3838	7.9427	7.5361	7.1607	6.8137	5.4206
13	12.1337	11.3484	10.6350	9.9856	9.3936	8.8527	8.3577	7.9038	7.4869	7.1034	5.5831
14	13.0037	12.1082	11.2961	10.5631	9.8986	9.2950	8.7455	8.2442	7.7862	7.3667	5.7245
15	13.8651	12.8493	11.9379	11.1184	10.3797	9.7122	9.1079	8.5595	8.0607	7.6061	5.8474
16	14.7179	13.5777	12.5611	11.6523	10.8378	10.1059	9.4466	8.8514	8.3126	7.8237	5.9542
17	15.5623	14.2919	13.1661	12.1657	11.2741	10.4773	9.7632	9.1216	8.5436	8.0216	6.0472
18	16.3983	14.9920	13.7535	12.6593	11.6896	10.8276	10.0591	9.3719	8.7556	8.2014	6.1280
19	17.2260	15.6785	14.3238	13.1339	12.0853	11.1581	10.3356	9.6036	8.9501	8.3649	6.1982
20	18.0456	16.3514	14.8775	13.5903	12.4622	11.4699	10.5940	9.8181	9.1285	8.5136	6.2593

Abzinsungsfaktorentabelle für Renten (vorschüssig) (für Schulzwecke, ohne Gewähr)

Zinssatz Jahre	Abzinsungsfaktoren für Renten (Rentenbarwertfaktoren) für vorschüssige Renten (für Schulzwecke, ohne Gewähr)										
	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	15 %
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	1.9901	1.9804	1.9709	1.9615	1.9524	1.9434	1.9346	1.9259	1.9174	1.9091	1.8696
3	2.9704	2.9416	2.9135	2.8861	2.8594	2.8334	2.8080	2.7833	2.7591	2.7355	2.6257
4	3.9410	3.8839	3.8286	3.7751	3.7232	3.6730	3.6243	3.5771	3.5313	3.4869	3.2832
5	4.9020	4.8077	4.7171	4.6299	4.5460	4.4651	4.3872	4.3121	4.2397	4.1699	3.8550
6	5.8534	5.7135	5.5797	5.4518	5.3295	5.2124	5.1002	4.9927	4.8897	4.7908	4.3522
7	6.7955	6.6014	6.4172	6.2421	6.0757	5.9173	5.7665	5.6229	5.4859	5.3553	4.7845
8	7.7282	7.4720	7.2303	7.0021	6.7864	6.5824	6.3893	6.2064	6.0330	5.8684	5.1604
9	8.6517	8.3255	8.0197	7.7327	7.4632	7.2098	6.9713	6.7466	6.5348	6.3349	5.4873
10	9.5660	9.1622	8.7861	8.4353	8.1078	7.8017	7.5152	7.2469	6.9952	6.7590	5.7716
11	10.4713	9.9826	9.5302	9.1109	8.7217	8.3601	8.0236	7.7101	7.4177	7.1446	6.0188
12	11.3676	10.7868	10.2526	9.7605	9.3064	8.8869	8.4987	8.1390	7.8052	7.4951	6.2337
13	12.2551	11.5753	10.9540	10.3851	9.8633	9.3838	8.9427	8.5361	8.1607	7.8137	6.4206
14	13.1337	12.3484	11.6350	10.9856	10.3936	9.8527	9.3577	8.9038	8.4869	8.1034	6.5831
15	14.0037	13.1062	12.2961	11.5631	10.8986	10.2950	9.7455	9.2442	8.7862	8.3667	6.7245
16	14.8651	13.8493	12.9379	12.1184	11.3797	10.7122	10.1079	9.5595	9.0607	8.6061	6.8474
17	15.7179	14.5777	13.5611	12.6523	11.8378	11.1059	10.4466	9.8514	9.3126	8.8237	6.9542
18	16.5623	15.2919	14.1661	13.1657	12.2741	11.4773	10.7632	10.1216	9.5436	9.0216	7.0472
19	17.3983	15.9920	14.7535	13.6593	12.6896	11.8276	11.0591	10.3719	9.7556	9.2014	7.1280
20	18.2260	16.6785	15.3238	14.1339	13.0853	12.1581	11.3356	10.6036	9.9501	9.3649	7.1982